

局所的詳細化に基づく細分割曲面接続手法

山田 英史*

千代倉 弘明**

金井 崇**

* 慶應義塾大学大学院 政策・メディア研究科

** 慶應義塾大学 環境情報学部

Joining Subdivision Surfaces based on Local Refinement

Hideshi Yamada*

Hiroaki Chiyokura**

Takashi Kanai**

*Graduated School of Media and Governance, Keio University, Japan

**Faculty of Environmental Information, Keio University, Japan

アブストラクト

本論文では、細分割曲面形状同士を接続するための新しいモデリング手法を提案する。細分割曲面形状同士を接続するために、細分割曲面の制御メッシュを再構築し接続形状を定義する。本手法は、細分割曲面の制御メッシュの局所的な詳細化を基本にしている。入力された2つの制御メッシュの干渉から、制御メッシュを局所的に詳細化し接続することで制御メッシュの接合部分から離れた領域の変形を抑えることができる。本手法によって、細分割曲面の任意の一部分を他の細分割曲面に貼り付けるといった3次元曲面形状のペースト操作を実現する。本手法により細分割曲面形状のインタラクティブなモデリングを支援することができる。

1 はじめに

細分割曲面 (*Subdivision Surfaces*) は自由な幾何形状モデリングの有効な手法として広く利用されている。近年、細分割曲面を用いたモデリングはハイエンドなアニメーション制作やゲーム開発に用いられるようになり、多数の一般的なモデリングソフトウェアの基本機能として提供されている [2, 9]。NURBS や B スプラインといったパッチ曲面表現は、そのパッチ形状が4角形に限定されるのに対して、細分割曲面は任意の位相を持つ滑らかな曲面を生成できるという特徴を持つ。また、細分割曲面はどの部分においても滑らかに定義されるため、幾何的な変形を多用する人や動物などのアニメーションにも利用されている。

我々は、細分割曲面モデリングの応用を考察し、細分割曲面の一部を別の細分割曲面上へと貼り付けるようなモデリング操作に関して考える。そのような3次元

形状同士を滑らかに接続する手法が研究されている。金井ら [10] は、局所的なモーフィングによる3次元メッシュの融合接続について提案した。この手法は、ユーザーが指定した境界によってメッシュ形状の一部を切り取り、調和写像を用いてメッシュ形状を合成する。そして合成されたメッシュの対応付けを求め補完することで接続形状を定義する。しかし、この方法では調和写像を利用した形状の合成を行うため明らかに不必要な部分の三角形数が増加してしまうという問題がある。また、集合演算 [8] を用いて2つのメッシュの和を取り、境界付近にブレンディング [5] を用いる方法が考えられる。しかし、集合演算を実装している市販ソフトウェアは、プリミティブや自由曲面を対象としたものが多く、集合演算とブレンディングの両方の機能を持つものは少ない。

一方、メタボールや *soft object* など陰関数によって表現された基本形状同士を融合接続する方法がある [6]。

この方法では、球や楕円体などの基本形状を3次元空間内に配置し演算していくことで滑らかに接続された有機的な形状を定義できる。しかし、これらの手法はメッシュを対象とはしていない。メッシュの場合は、2つの形状同士の境界線の対応付けが複雑であり、これらの手法をそのまま適用するのは難しい。このように我々の知る限り、現在までに細分割曲面の接続操作へと応用できる決定的な手法は提案されていない。

そこで我々は本論文で、細分割曲面同士を接続する新しいモデリング操作を提案する。本手法は2つの制御メッシュを結合し、細分割曲面の接続形状を定義する新しい制御メッシュを構築することを目的としている。制御メッシュ間の干渉を調べながら制御メッシュの局所的な詳細化をユーザーの指定する精度まで繰り返し行い、制御メッシュの接合による細分割曲面の変形を局所化する。局所的に詳細化した制御メッシュの不要部分を削除し接続することで新しい制御メッシュを構築する。なお本手法は、Loopの細分割手法を基本としている。

本手法はいくつかの利点を持つ。メッシュの詳細化により接合部分を局所化するため、制御メッシュの三角形数の不要な増大を抑えることができる。また、接続操作後の制御メッシュは細分割規則の特別な拡張を必要としないため、様々なモデリングシステムへの実装が可能である。本手法によって、細分割曲面の任意の一部分を他の細分割曲面に貼り付けるといった3次元曲面形状のペースト操作を実現できる。実際にモデリングシステムへ本手法を実装し本手法の有用性を確認している。

本論文では、まず第2章で研究の背景としてLoopの細分割手法を用いて細分割曲面を生成する手法とその極限点を求める方法、制御メッシュの細分割曲面へのフィッティング手法[4]について述べる。第3章では本手法で用いている細分割曲面の接続アルゴリズムについて述べる。続く第4章では本手法の実行例を示す。そして、第5章ではまとめとして本手法の問題点と将来の展望について述べる。

2 研究の背景

本章では研究の背景として、Loopの細分割手法を用いて細分割曲面を生成する手法とその極限点を求め

る方法、制御メッシュの細分割曲面へのフィッティングする手法について述べる。

2.1 Loopの細分割手法

本手法で適用するLoop[1]の細分割手法について説明する。細分割曲面は、入力された3角形メッシュを制御メッシュとして細分割操作を繰り返し行い、制御メッシュを詳細化した極限として表現される。

一般に、細分割操作は面の細分割と頂点の再配置の2つの手順によって行われる。面の細分割では、制御メッシュに対して新しい頂点を加え面を細分割する。頂点の再配置においては元の頂点への重み付けによる平均化処理によって、元の頂点と新しく生成した頂点へ新しい座標を割り当てる。その2つの手順を繰り返し実行することで、細分割曲面は定義される。

Loopの手法は、3角形メッシュを基本としており、3角形メッシュの一つの面を4つの3角形へと細分割する。全ての稜線に新しい頂点を加え2つの稜線へと分割し、新しく生成した頂点を結び稜線を作成して3角形面を4つの3角形へと分割する。その細分割の様子を図1に示す。

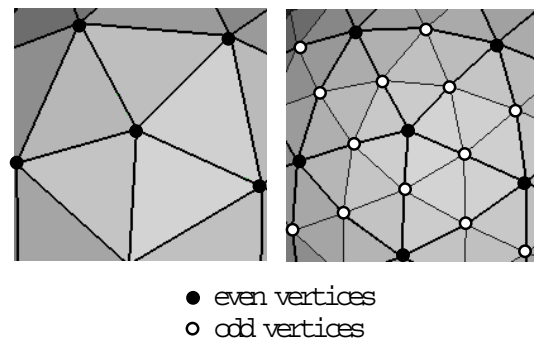


図1: Loopの手法による細分割操作

この時、新しく加えられた頂点を奇頂点 (*odd vertices*)、元から存在する頂点を偶頂点 (*even vertices*) と呼ぶ。奇頂点の新しい頂点座標は隣接する頂点座標の荷重平均によって得られる。奇頂点の新しい頂点座標を荷重平均によって求めるマスクを図2(左)に示す。

また、偶頂点も隣接する頂点座標の荷重平均によって得られる。偶頂点のうち稜線への接続数が6のものを正則頂点、6以外のものを特異頂点と呼び、それぞ

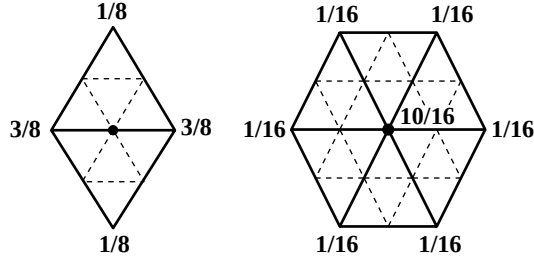


図 2: 細分割操作における頂点へのマスク

れ座標の求め方が異なる。正則頂点は図 2 (右) のマスクで得られる。一方、頂点への稜線の接続数 k の特異頂点の座標は図 3 に示すマスクで求められる。

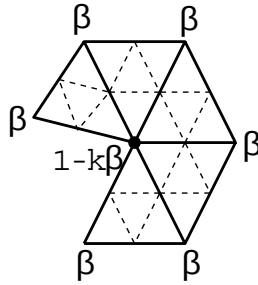


図 3: 特異頂点における頂点へのマスク

ここで、 β は次の式で計算される。

$$\beta = \begin{cases} \frac{3}{16} & (k = 3) \\ \frac{1}{k} \left(\frac{5}{8} - \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{4} \cos \frac{2\pi}{k} \right)^2 \right) & (k > 3) \end{cases} \quad (1)$$

境界上の頂点座標には同様な重み付けを行うことで座標を得る。

入力された制御メッシュに対し細分割操作を極限まで繰り返すと、滑らかな曲面へと収束する。細分割曲面は正則頂点において C^2 連続となり、特異頂点において C^1 連続となる。また、細分割操作によって挿入される頂点は必ず正則頂点となる。

2.2 細分割極限点

入力された制御メッシュに対して、細分割操作を繰り返すと、制御メッシュは細分割曲面に収束し、この三角形メッシュ上の頂点 p_i は細分割曲面上へと収束する。この時各頂点に対応する細分割曲面上の点を細分

割極限点 p_i^∞ と呼び、 p_i^∞ は細分割操作を行わなくても一意に求めることができる [4]。細分割極限点 p_i^∞ は元の頂点に接続する頂点の荷重平均で計算される。具体的には次の式で計算する。

$$p_i^\infty = (1 - k\chi)p_i + \chi \sum_{j \in i^*} p_j$$

ここで、 k は元の頂点に接続する稜線数を表し、 χ は元の頂点に接続する頂点の荷重平均を表す。 χ は次の式で計算される。

$$\chi = \left(\frac{3}{8\beta} + k \right)^{-1}$$

ここで、 β は式 (1) によって求められる。

2.3 細分割近似曲面の生成

細分割操作によって曲面を近似するために、制御点座標と位相をまとめる制御メッシュを構築する。制御点座標と位相は、ユーザーが指定する許容誤差 ε 以内に極限曲面が収まるように決定する。そのような手法には最小二乗法による補正 [3] や平滑化による補正 [7] などが挙げられる。

細分割近似曲面の生成は、元の極限曲面から抽出された頂点を p^∞ 、制御メッシュの頂点を p としたとき、 $p^\infty = Lp$ となるような制御点を見つけ出すことである。 L は、極限点を求めるための制御メッシュの頂点に対する重み付けである。近似曲面の制御点を求めるには、 $p = L^{-1}p^\infty$ となるような L^{-1} を得る必要があるが、一般に L^{-1} の計算には非常に大きな計算が必要となる。そこで、鈴木ら [4] は制御メッシュの各頂点に対して細分割極限点を求め、入力モデルの頂点との距離の最小誤差問題として解く手法を提案した。

鈴木らの手法では、エネルギー関数 E は次のように定義される。

$$E = \sum_i E_i, \quad E_i = |p_i^\infty - q_{i'}|^2$$

曲面近似を実現するため、制御メッシュの各制御点をエネルギー関数が最小化されるように移動し、一定の閾値を下回るまで頂点座標の更新を行ったあと制御メッシュの細分割を行う。各制御点の移動量 Δp_i は最近接点 $q_{i'}$ との距離を用いて求められ、次の式で表される。

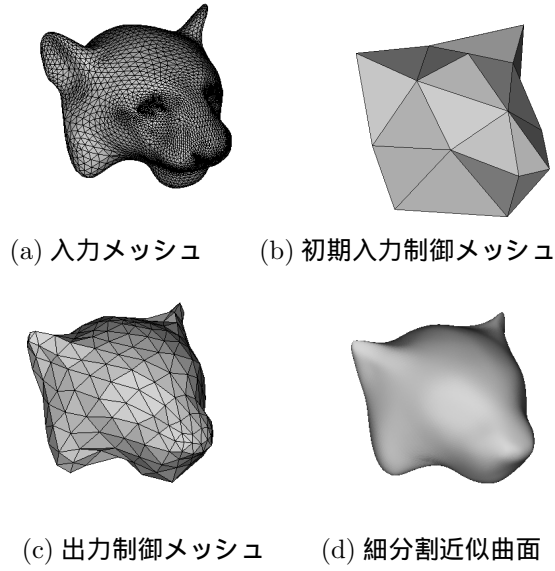


図 4: 細分割近似曲面の生成

$$\Delta p_i \equiv p_i^\infty - q_{i'} \quad (2)$$

式 2 で求められた各制御点 p_i における頂点誤差エネルギーを最小化するため制御点を移動する。 Δp_i に重み λ をかけたものを p_i の移動量とする。

$$p_i = p_i - \lambda \Delta p_i$$

頂点座標を更新した後、エネルギー関数の再計算を行う。 λ はエネルギー関数の収束性を表すパラメータとして扱われ、 $\lambda = 1.0$ のときに収束性が最も良い。

図 4 に鈴木らの細分割曲面近似を適用した例を挙げる。ここでは、虎のモデルを入力メッシュとして、そのメッシュに対しユーザー定義した初期入力制御メッシュをフィッティングさせていく。初期入力メッシュを図 4(a)、入力制御メッシュを図 4(b) に示す。また、フィッティング操作の結果出力された制御メッシュを図 4(c) に、細分割近似曲面を図 4(d) に示す。

3 細分割曲面の接続アルゴリズム

本章では、細分割曲面の接続アルゴリズムについて述べる。

本手法は次に示す 2 つの手順より構成される。

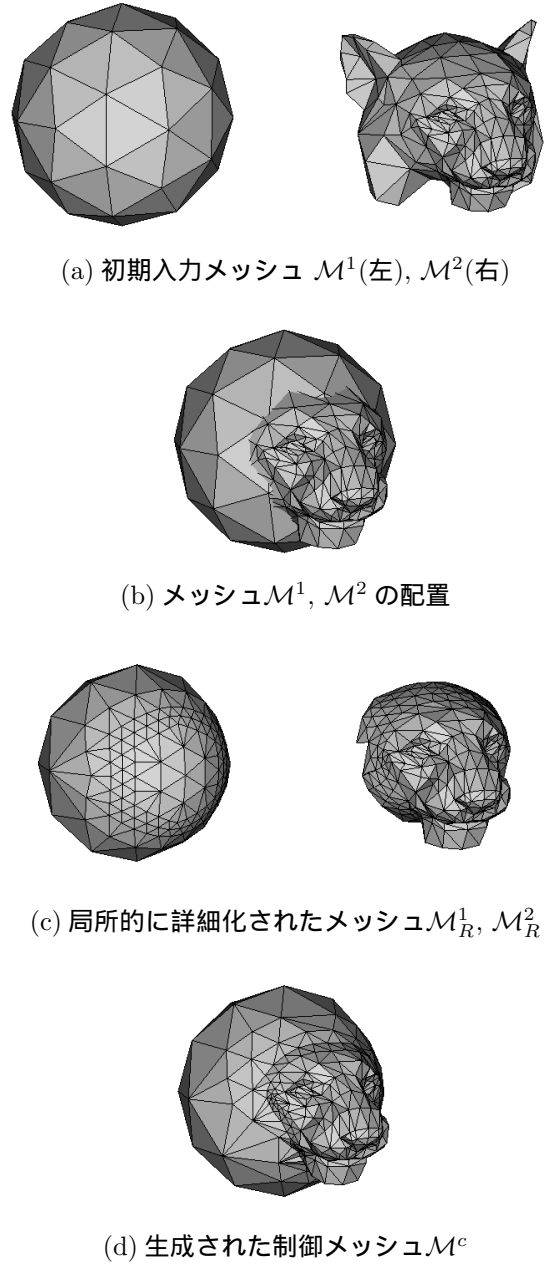


図 5: 細分割曲面の接続操作の手順

- 制御メッシュの詳細化と接続
- 制御メッシュのフィッティング

本手法は3角形メッシュを制御メッシュとし、2つの制御メッシュ M^1 、 M^2 、に対して操作を行う(図5(a))。はじめに、 M^1 、 M^2 が干渉するように3次元空間上に配置する(図5(b))。次に、制御メッシュ間の干渉から制御メッシュの局所的な詳細化を行い、詳細化された制御メッシュ M_R^1 、 M_R^2 を得る(図5(c))。さらに、制御メッシュ M_R^1 、 M_R^2 の干渉を求め、制御メッシュの干渉領域を削除し接続する。最後に、制御メッシュのフィッティングのために制御メッシュと極限曲面上の極限点との対応を求め、フィッティングを行い、接続された制御メッシュ M^c を得る(図5(d))。以下それぞれの手順について述べる。

3.1 制御メッシュの詳細化と接続

元の制御メッシュの局所的詳細化は、本接続手法において重要である。詳細化によって接合部分を局所的に扱うことができ、操作後の制御メッシュのサイズの減少に役立つ。また接続操作において境界の対応付けを容易にする。詳細化の実現は以下の法則に基づいて実行する。

- 他方の曲面形状内に全体、または一部が含まれる3角形を削除する。
- 接続部分に近い領域では局所的に干渉形状に近似化する。
- 接続部分から遠い領域では制御メッシュは変化しない。

以上の点を考慮した詳細化処理は以下の3つの手順から成る。

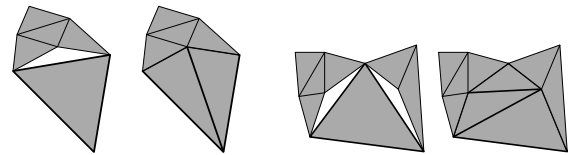
(1) 制御メッシュの干渉領域の詳細化

まず、2つの制御メッシュ M^1 、 M^2 間の干渉チェックを行い干渉している面を探す。これらの干渉している3角形を前述の詳細化基準に沿って干渉部分の3角形を細分割する。この細分割にはLoopの手法を用いる。また、細分割の繰り返し回数は干渉領域の両方の3角形の面積が近づくようにユー

ザーが指定する。詳細化の回数を増やすことによって干渉稜線の出し具合を調節できる。

こうして制御メッシュの詳細化によって分割した3角形に隣接する領域にT節点を持つ多角形ができる。そのような多角形はT節点の数だけ対角線を稜線として作成し、多角形を3角形へと分割する。その様子を図6に示す。3角形の3つの稜線全てにT節点がある場合は、通常の細分割規則を用いる。

この処理を通して、局所的に詳細化された制御メッシュ M_R^1 、 M_R^2 を得る。



(a) T 節点が 1 つの場合 (b) T 節点が 2 つの場合

図 6: T 節点を含む三角形の分割

(2) 干渉領域の三角形の除去

(1)で干渉部分において局所的に細分割された制御メッシュ M_R^1 、 M_R^2 について干渉チェックを行う。そして互いに制御メッシュの3角形が干渉している、または他方の制御メッシュの内部に存在している3角形を除去する。

(3) 干渉領域の制御メッシュの接続

(2)で干渉部分を削除した制御メッシュの境界同士を接続する。具体的には、境界同士を接続する3角形集合を生成する(図7)。それぞれの制御メッシュの境界上の頂点間の距離を計算し、最近接頂点ペアを見つけそこから境界が完全に接続されるまで3角形を順に生成する。

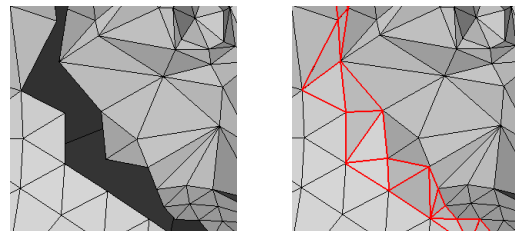


図 7: 制御メッシュの境界接続

3.2 制御メッシュのフィッティング

制御メッシュの詳細化と接続によって生成された制御メッシュを元の制御メッシュが定義する細分割曲面上にフィットするよう制御点の座標を修正する。

接続された制御メッシュの制御点は次の2つに分類できる。一つは接続部分から遠い領域に存在する制御点であり、元の制御メッシュと同じ頂点座標と隣接関係を持っている。この制御点については元の制御メッシュと同じ極限点を持つので制御点の座標を修正する必要はない。もう一つは接続部分から近い領域に存在する制御点であり、3.1章の制御メッシュの詳細化により頂点座標、隣接関係がともに変化した制御点である。この制御点については、制御メッシュの詳細化により頂点座標と隣接関係が元の制御メッシュから変化しているので、元の細分割曲面上に対応する極限点を求める必要がある。

制御メッシュのフィッティングには前述した鈴木らの手法を用いる。しかし、鈴木らの手法では全ての制御点の座標を修正しているが、本手法では上述のとおり座標、隣接関係が変化した制御点についてのみフィッティング操作を行う。具体的には、局所的に細分割された3角形を構成する頂点とそれらの頂点に隣接している頂点をフィッティングの対象とする。図8に対象となる頂点を図示する。

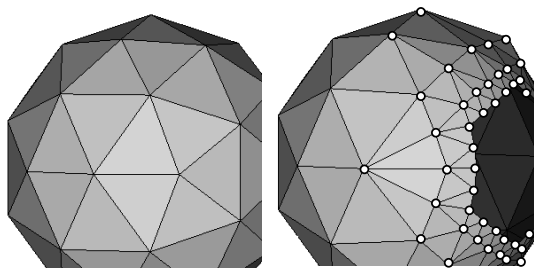


図8: フィッティングの対象となる制御点

図8で左側は元の制御メッシュ、右側は局所的に詳細化された制御メッシュである。白丸の印が付いている制御点フィッティングの対象となる。なお、接続の対象となる他方の制御メッシュは表示していない。

このフィッティング操作を行うことで、入力細分割曲面を近似した接続形状を得ることができる。

4 実行例

図9に、本手法を用いて球に対して兎、虎の頭という順で接続した結果を示す。球に対しては2回、兎と虎の頭については1回の局所的詳細化を行っている。詳細化の回数はユーザー定義により切り替えられるが、3角形のサイズが近づくように詳細化回数を設定するとよい結果が得られることが分かる。

本手法はメッシュの一部を切り取り他方のメッシュへ張り付けるよう接続するといった利用ができる。図10に、アヒルのメッシュから羽の部分を取り、兎に接続した結果を示す。詳細化の回数はそれぞれ1回ずつである。

5 まとめと今後の展望

本論文では、細分割曲面の局所的な詳細化に基づく接続手法について示した。本手法によって、制御メッシュの3角形数の不要な増大を抑えながら接続された細分割曲面を定義する制御メッシュを得ることができた。

本手法では、3角形状間の干渉計算を従来の総当り的な方法で行っているため大きな計算時間を要する。効率的な干渉計算方法を考える必要がある。

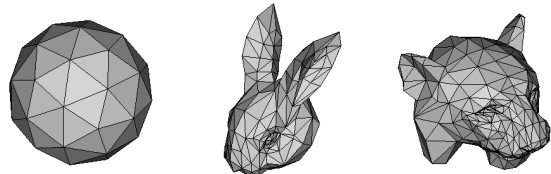
今後の課題として次の3点について研究していく予定である。第1点は、入力形状を考慮した局所的な詳細化手法の開発である。制御メッシュを接続する際に、制御メッシュの3角形のサイズの差が大きいと接続操作の結果、細分割曲面上の接続領域に凹凸を持つような制御メッシュができてしまうことがある。また、形状を構成する3角形のサイズが部分的に異なる入力メッシュに対して本手法を適用した場合も同様である。この問題の解決策として、平滑化 [7] や稜線の交換によって制御メッシュを修正する方法が挙げられる。第2点は、多角形制御メッシュを基本とする細分割曲面の接続操作への発展が挙げられる。一般的なメッシュ表現では多角形を基本としたモデルが多数あり、多角形メッシュの細分割操作へに対応することで、本手法の適用範囲を広げることができる。第3点は、細分割曲面の尖稜線 (*crease edge*) への対応である。細分割操作の拡張により、稜線指定を行い尖った部分を持つ細分割曲面を表現できる [3]。そうした形状間の接続操作を研究していくことで表現力が高まり、本手法がより有益なものになると考えられる。

謝辞

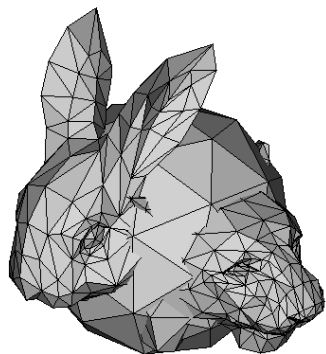
実行例で用いた兎、虎、アヒルのデータは Viewpoint Datalabs Inc. のメッシュデータである。本研究の一部は慶応義塾大学森泰吉郎研究振興基金助成の支援によるものである。ここに感謝の意を表する。

参考文献

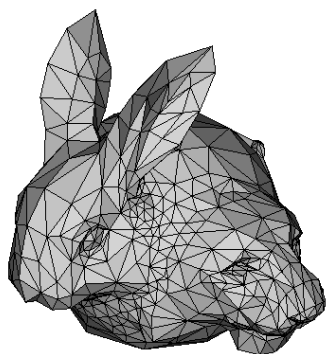
- [1] C. Loop, "Smooth subdivision surfaces based on triangles", Master 's thesis, University of Utah, Department of Mathematics (1987).
- [2] Denis Zorin, Peter Schröder, Wim Sweldens, "Interactive Multiresolution Mesh Editing", Proceedings of SIGGRAPH97, pp.259-268, (1997).
- [3] H. Hoppe, T. DeRose, T.Duchanmp, M. Halstead, H. Jin, J.McDonakd, J. Schweitzer, W. Stuetzle, "Piecewise smooth surface reconstruction", Proceedings of SIGGRAPH94, pp.295-302(1994) .
- [4] H. Suzuki, S. Takeuchi, T. Kanai, and F. Kimura, "Subdivision Surface Fitting to a Range of Points", Proc. IEEE Pacific Graphcis '99, Seoul, pp.158-167(1999).
- [5] Hoschek, J., and Lasser, D.: Fundamentals of Computer Aided Geometric Design, A K Peters, Natick, Massachusetts(1993).
- [6] J.Bloomenthal, editor. "Introduction to Implicit Surfaces", Morgan Kaufmann Publishers (1997).
- [7] M. Halstead, M. Kass, T. DeRose, "Efficient, fair interpolation using Catmull-clark surfaces", Proceedings of SIGGRAPH93, pp.35-44 (1993).
- [8] Mäntylä, M, "An Introduction to Solid Modeling", Computer Science Press, Rockville, Maryland (1988).
- [9] T. DeRose, M. Kass, T. Troung, "Subdivision surfaces in character animation", Proceedings of SIGGRAPH98 , pp.85-94(1998).
- [10] T. Kanai, H. Suzuki, J. Mitani and F. Kimura, "Interactive Mesh Fusion Based on Local 3D Metamorphosis", Proc. Graphics Interface '99, pp.148-156(1999).



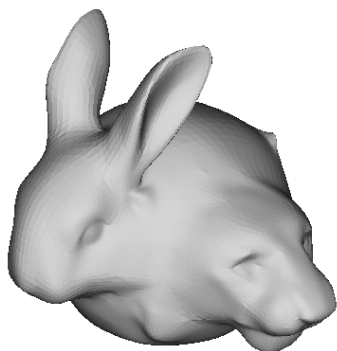
(a) 入力メッシュ



(b) メッシュの配置

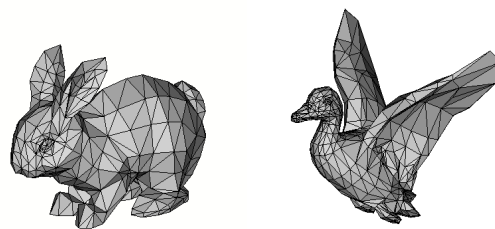


(c) 接続された制御メッシュ

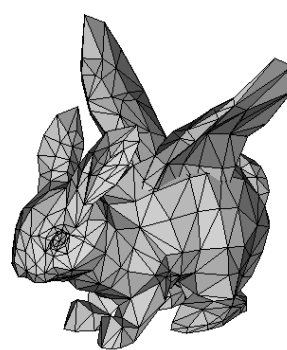


(d) 細分割極限曲面

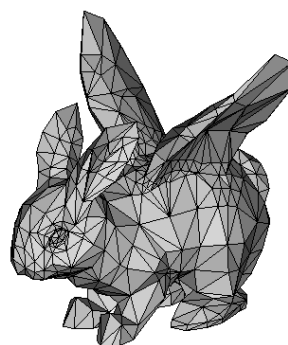
図 9: 球と兎と虎を接続した制御メッシュ



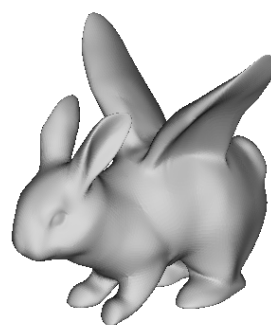
(a) 入力メッシュ



(b) メッシュの配置



(c) 接続された制御メッシュ



(d) 細分割極限曲面

図 10: 兎とアヒルの羽を接続した制御メッシュ