多重解像度 Marching-Cubes 法

齋藤 満昭 慶應義塾大学 環境情報学部

Multi-resolution Marching-Cubes

Mitsuaki Saito Faculty of Environmental Information Keio University, Japan

概 要

形成外科では患部の形状を可視化する目的から、CT・MRI等の実測データに基づいて人体の3次元 モデルを再構成する研究が盛んに行われている。3次元モデルを再構成する手法は、輪郭線抽出による 手法とMarching-Cubes法との2種類が主流となっている。輪郭線抽出による手法は、不要部位の削除、 CT・MRI撮影時における欠損データの補完が可能である。しかし、輪郭線の抽出を手作業で行うため、 多大な労力を必要とする。それに対しMarching-Cubes法は、複雑な構造であっても自動で3次元モデ ルの再構成が可能である。しかし、生成されたモデルは、ポリゴンの欠落により整合性が保たれない場合 がある。また、局所的なデータ精度の調整ができないためデータ量が膨大になるという問題がある。そ こで本論文では、拡張Marching-Cubes法を用いることで、ポリゴンメッシュを自動再構成する手法を 提案する。本手法は、生成されるポリゴンメッシュに位相情報を持たせることで欠落ポリゴンの補完を 行い、モデルの整合性を保たせる。また、解像度の異なるボクセルを含むボリュームデータからボリゴ ンメッシュを生成することにより、局所的なデータ精度を調整する。これらにより、必要な部位の精度を 保ったまま、全体としてはデータ量の小さく整合性の保たれたモデルの生成が可能となった。

1 はじめに

近年、医療分野へコンピュータグラフィックス (CG) 技術を応用するための研究が盛んに行われている。 CG を用いての手術シミュレーションやコンテンツは、患者へのインフォームド・コンセントや手術の安 全性の向上、医学生の教育等に利用されている。このような研究をする上で、モデルの作成は必要不可欠 である。

モデルの作成は、実測データである CT (Computed Tomography) データなどから行う。CT データは、 人体の内部組織を X 線の減衰率によって計測された値 (CT 値) で示したものである。CT 値の範囲を設定 することで特定の人体内部組織の情報を取得しポリゴンモデルを生成する。3 次元再構成の手法として、輪 郭線抽出による 3 次元再構成手法と Marching-Cubes 法を用いる手法の2 種類が主流になっている。

輪郭線抽出による3次元再構成手法は、2つのステップで構成されている。第1ステップで各CTデータから3次元再構成する組織の輪郭線を抽出し、第2ステップで上下の輪郭線をつなぎポリゴンモデルを 生成する。第1ステップである輪郭線の抽出はttrace[11]等の編集システムを用いて、各CTデータより 得られるスライス画像に対して手作業で行う。手作業で行うことで、3次元再構成するCT値の範囲内に 含まれてしまう対象外組織の削除、CT撮影時におけるデータ破損による対象組織の欠落部位を補完する ことができる。しかし、各CTデータに対する輪郭線は交差しないポリラインで表さなければならない。 この条件を満たすように輪郭線を手作業で抽出することは煩わしく、技術力を要する作業である。第2ス テップでは、つなぎ合わせる輪郭線同士の対応づけを行うことで輪郭線間に面を生成する[1][2][6]。この手 法で一般的に用いられているGeiger[3]による手法は輪郭線同士の対応づけを自動で行えるという点で優れ ており、NUAGESTMと呼ばれるフリーソフトとして実装されている。しかしNURGESでは、非多様体 を生成する場合や、2つの頂点間に複数の稜線が生成され2つの稜線から構成される面積を持たないポリ ゴンが生成される場合がある。

一方 Marching-Cubes を用いた 3 次元再構成の手法は、ボリュームモデルを生成した後、3 角形ポリゴン で構成されるポリゴンモデルに変換する手法である。ボリュームモデルを生成するために、まず接続情報 を持たない点群データをボリューム要素であるボクセルに置き換える。ボリュームモデルの生成は、ボク セルの集合をすべて直接処理するため複雑な位相構造をもった部位に関しても自動的に 3 次元再構成が行 える。しかし、ボクセル集合のデータ量が膨大になるため実行に時間がかかる。また、ボクセルデータは 位相を持たせることができないため、生成されたモデルに対しての変形が困難である。これらの問題を改 善するために、Marching-Cubes 法を用いてポリゴンモデルに変換する。Marching-Cubes 法は、隣接する ボクセルデータの存在パターンで決まる 15 種類の多角形ポリゴンを生成し、組み合わせることでポリゴン モデルを生成する。しかし、Marching-Cubes 法には、特定のパターンの並びによってポリゴンが欠落し、 穴のあいたポリゴンモデルを生成してしまうという問題がある。また自動的にポリゴンモデルを生成する ため、設定した CT 値の範囲内に含まれてしまう対象外の組織も 3 次元再構成される問題や、CT データ の時点で欠落している個所は 3 次元再構成されないという問題がある。3 次元再構成した後にこれらの不 要要素を削除、修正することは非常に困難である。また、Marching-Cubes 法により再構成されたモデル は、精度を必要としない部位に関しても精度が必要となる患部と同様の精度を持つことになるため、デー タ量が膨大になる。

本論文では、異なる解像度のボクセルを含むボリュームモデルに適応可能な拡張 Marching-Cubes 手法 を提案する。本手法は、各頂点・稜線・面に ID をつけ位相情報を持たすことで各面の構成頂点・稜線を 割り出す。この位相情報の付加によって、欠落ポリゴンの補完を行いモデルの整合性を保たせる。さらに、 本手法では、Marching-Cubes 法により生成されたポリゴンモデルの各 CT に対応する位置における輪郭 線を自動的に抽出し、その輪郭線を編集する。これにより、最適な CT 値の設定が容易になり、また対象 組織以外の不要個所の削除や CT 撮影時における破損データの補完が可能である。この輪郭線によるモデ ルの修正は、ボリューム再構成の最大の問題であるポリゴンモデルの修正を可能とした。さらに、本手法 では、従来不可能であった解像度の異なるボクセルを含むボリュームデータに対し、Marching-Cubes 法 を適応できるように拡張した。これにより、精度が必要になる患部のみを高密度のメッシュとし、全体と してはデータ量を抑えたモデルの生成が可能になった。任意に精度調節を可能にすることで、各症例に対 し最適なモデルの生成が可能である。

本論文の構成は以下の通りである。まず第2章では、Marching-Cubes 法による点群データからのポリ ゴンモデル生成の概要について、第3章では、Marching-Cubes 法の問題点とその解決策について述べる。 第4章では本研究の評価を、第5章でまとめを記す。

2 Marching-Cubes 法の概要

CT データは、碁盤の目状にならんだ CT 値をもつ点群データである。CT データを入力として自動的 に3次元モデルを生成するには、ボリューム再構成が有効である。ボリューム再構成により生成されたボ リュームモデルを自動的にサーフェスモデルに変換する方法に Marching-Cubes 法 [4] がある。

以下で、ポリゴンモデル生成の過程となる、ボリュームデータの生成方法と Marching-Cubes 法のアルゴリズムと、その問題点を説明する。

2.1 ボリューミング

CT データは、人体断面を格子状のピクセルに分割し、それぞれの位置に対応する CT 値が記されてい る。図1は CT データをグレースケール表示したものである。CT データを入力とする3次元再構成では、 CT 値の範囲を設定することで特定の人体内部組織の情報を取得し、ポリゴンモデルを生成する。人体内部 組織の情報の取得では、設定した CT 値範囲内に収まるピクセルデータを1に、収まらないピクセルデー タを0になるように閾値を割り当てる。閾値とはデータ存在判定のための値であり、閾値が0ならばデー タが存在せず、閾値が1ならデータが存在することを表す。すべてのピクセルデータに閾値を割り当てた 後、閾値が1のピクセル位置にボクセルを配置していくことでボリュームモデルを得る。



図 1: CT データのグレースケール表示

2.2 アルゴリズム

Marching-Cubes 法は、3次元空間に格子状に存在する接続情報を持たない点群データからポリゴンデー タを生成する手法である。Marching-Cubes 法では、参照点とセルという概念を用いる。参照点とはボリュー ムモデルの各ボクセルの中心点のことを指し,セルとは近隣の参照点8個によって形成される直方体を意 味する。各セルは、1つの頂点を共有する計8つのボクセルより生成され、セルの頂点である参照点は8 個のボクセルの中心である(図2)。

ボリュームモデルの X,Y,Z の各軸方向のボクセル数を V_x,V_y,V_z とし、それらのボリュームデータから生成される Marching-Cubes の X, Y,Z の各軸方向のセル数を C_x,C_y,C_z とすると以下の式が成り立つ。

$$C_x = V_x - 1$$
$$C_y = V_y - 1$$
$$C_z = V_z - 1$$



図 2: Marching Cubes のボリュームモデルへの適応

Marching-Cubes 法によって得られるデータは、参照点となる 8 つの頂点を持つセルの集合であり、セル内部に多角形ポリゴンを生成することによりポリゴンモデルを表現する。セルは参照点となる 8 個の頂点をもち、その参照点に 0 か 1 のどちらかの値が当てはめられているので、1 つのセルにおいて 2⁸ = 256 パターンの異なった配置が存在する。しかし、256 パターンのうち幾何学的に対称 (回転形、反射形、存在有無の反転形) であるものを同一のものと考えると、15 種類の配置で表現することができる。この 15 種類の配置を図 3 で示す。



図 3: Marching Cubes で生成される多角形ポリゴンのパターン

2.3 問題点

Marching-Cubes 法により生成されるポリゴンモデルは、大きな3つの問題点を持っている。

2.3.1 修正必要個所と不要要素

Marching-Cubes 法は、CT データを自動的にボリューミングしたボクセルデータに適応するため、デー タの修正が困難である。修正すべきデータとは、3次元再構成する CT 値の範囲内に含まれる対象外の組 織の削除や、CT 撮影時における破損データの補完のことである (図 4)。図 4 は、15 枚の CT スライスか ら得たモデルである。CT 値は 2000 から 3000 に設定した。



不要なデータ

図 4: データ修正すべき箇所

2.3.2 欠落ポリゴン

Marching-Cubes 法は、セル内に多角形ポリゴンを生成することで、全体としてポリゴンモデルを生成 する。隣合うセル内に生成される多角形ポリゴンが、ある特定のパターンの並びになるとポリゴンが欠落 し、穴のあいた形状のポリゴンモデルを生成してしまう(図5)。図5は、隣合う2つのセル内のポリゴン を示している。図5において破線はセルを示し、実線は生成されるポリゴンを示している。



図 5: Marching Cubes によって穴ができるパターン

2.3.3 データ精度とデータ量

手術シミュレーション等に利用するモデルは、データ精度が重要である。しかし、ここで重要となる精 度は患部の精度であり、モデル全体が高精度である必要性はない。高精度のモデルは、データ量が大きく なり、手術シミュレーションやデータ配信には適さない。最適なモデルとは、患部のみ高密度のメッシュ で表現され、それ以外の部位は粗いメッシュで表現されたモデルである。

しかし、Marching-Cubes 法はサイズが均一なボクセルデータにしか適応できないため、局所的な精度 の調節ができない。つまり、高精度であるがデータサイズの大きなモデル (図 6b) か、データサイズは小 さいが精度の劣るモデル (図 6a) しか生成できない。図 6 の (a) と (b) は頚椎のモデルである。それぞれ解 像度は 512 pixel と 256 pixel、ポリゴン数は 58144 polygon と 17864 polygon、データサイズは 2780 KB と 839 KB である。



(a) 低精度

(b) 高精度



3 ボリューム再構成による問題点の解決

3.1 位相構築

本手法では、ポリゴンデータに位相を持たすことでデータの修正を容易にした。位相化とは、各3角形 に以下の情報を保持させることを指す。

- 3 角形の ID
- 3角形を構成する頂点の ID
- 3角形を構成する稜線の ID
- 3 つの隣り合うの 3 角形の ID

これらの位相情報を持たすことにより、周囲にある稜線や頂点、3角形といった要素との関係が認識で きるようになり、立体としての整合性がとりやすくなる。ある3角形を構成する頂点を動かしたときを考 えてみると、位相情報を持たないポリゴンモデルではその特定の3角形のみが変形し、同頂点を構成要素 に持つほかの3角形は変形しない。よって、1つの3角形が浮き上がりポリゴンモデルに穴が空く結果に なる。それに対し位相化されているポリゴンモデルにおいては、1つの頂点を動かすことでその頂点を構 成要素に持つすべての3角形が変形するし、変形後も整合性のとれた立体を維持できる(図7)。



図 7: 位相の存在による変形の違い

3.2 データ修正

本手法でボリュームモデルを介してポリゴンモデルを生成するのは、3次元再構成の自動化を図るため である。しかし、自動化をすることでデータの修正を行えないという欠点を持つ。そのような欠点は、3次 元再構成の対象となる組織の示す CT 値の範囲内に、対象外の組織の一部が含まれるために起きる。よっ て、3次元再構成対象外の不要データを削除する必要がある。また、CT データの時点で欠落しているデー タの補完ができることが望ましい。

本手法では、Marching-Cubes 法を用いて生成したポリゴンモデルにおいて、CT スライスと平行となる 各断面における輪郭線を抽出し、その輪郭線の修正を行うことで各用途に適切なポリゴンモデルを生成す る (図 8)。ポリゴンモデルの輪郭線を修正すると、ポリゴンモデルに反映されるため、データ修正がポリ ゴンモデルに与える影響を確認することができる。よって、輪郭線抽出からの3次元再構成と比べ、ユー ザの意図するポリゴンモデルの作成が容易である。

図8は、15枚のCTをCT値2200から3000の範囲で3次元再構成している。左側が3次元再構成された ポリゴンモデルモデルを示し、右側がポリゴンモデルにおいて黒く線が表示されている部分の輪郭線を示 している。輪郭線より修正部を選択し、修正を加える。図9は、不要データを1つ削除したものである。



図 8: データ修正システム



図 9: データ修正後

3.3 自動的な欠落ポリゴンの補完

Marching-Cubes 法のアルゴリズムは、ある特定の参照パターンの並び方により、ポリゴンが欠落し穴の空いたような形状をもつポリゴンモデルを生成する場合がある。そこで、生成されたポリゴンモデルの 稜線位相情報をもとに穴が空いている箇所を検索し、穴埋めを行い立体的に整合性のとれた状態へ修正す る。稜線は必ず2つの3角形に共有されているため、位相を持たせる過程で必ず2回IDをつけることにな る。1回しかIDをつけない稜線が存在するとき、その稜線は穴を構成する稜線であることを示している。 そこでこのような稜線群を抽出し、それらを繋ぎあわせることで穴の情報を特定できる。

half edge 構造

本研究では、穴埋め処理のため halfedge(半稜線)構造 [5] [8] を用い位相要素を管理している。halfedge 構造では、1本の稜線の両サイドに2つの有向稜線を定義する。この有向稜線のことを halfedge と呼び、 各 halfedge には以下の6つの情報を保持する。

- halfedge が属する稜線 (parent_edge)
- halfedge 自身の始点にあたる頂点 (parent_vertex)
- 同じループに属する自身の次にあたる halfedge(next_half-edge)
- 同じループに属する自身の前にあたる halfedge(prev_half-edge)
- 同じ稜線に属す反対向きの halfedge(mate_half-edge)
- halfedge が属する三角形のループ (parent_loop)



図 10: ハーフエッジ構造

本手法では、Marching-Cubes 法により多角形ポリゴンが生成した時、各稜線に内側の halfedge の情報 を持たせていくことにする。内側の half-edge は、生成されたポリゴンの表側から見て反時計回り方向とな る。よって、補間面はマーチングキューブス法のすべてのセルへの適応が完了した時に存在しない half-edge により構成され、補間面の向きは構成する half-edge が反時計回りに繋がる方向になる。

頂点を共有する穴の処理

補間面は、欠如した稜線をつないでいくことで検出する。この時、頂点を共有する穴があった場合に補 間面を特定できない場合がある。例えば、2 つの4角形の穴が1 つの頂点を共有しているとする。この2 つの補間面は、8 つのhalfedgeの情報から特定されるはずである。ここで、halfedgeを繋いていき最初の halfedge に戻るまでにできる輪をループと呼ぶことする。この例では、4 つのhalfedge で構成されるルー プが2 つできることになる。しかし、共有している頂点を始点とする稜線が2 つ存在するという理由から、 検出されるループが1 つ目の正しいループの途中でもう一方の正しいループに入る可能性がある。その結 果、1 つのループで表される8角形の穴という誤った情報になる。そこで、自動的に穴埋め処理を行うた めに例外処理が必要となる。このような例外処理が必要なパターンは、他の穴との共有点が1 つの時だけ とは限られず、複数の頂点が複数の穴と共有している場合がある。どのような場合においても正しいルー プに分けなければならない。頂点を共有する穴の例を、図 11 に示す。



図 11: 頂点を共有する補間面 (穴)

本手法では、以下に挙げる3つの条件を満たすようにループを検索することで、例外なく補間面を特 定することに成功した。

- 1. ループを検索する際、最初に取り出す halfedge の終点は 複数の補間面に共有されない頂点とする。
- 2. ループを構成する頂点は、すべて異なる
- 3. なるべく少ない頂点数でループを構成する

3.3.1 局所的なデータ精度の調整

手術シミュレーション等に利用するモデルは、データ精度が重要である。しかし、ここでの精度とは患 部の精度であり、モデル全体が高精度である必要性はない。高精度のモデルはデータ量が大きくなり、手 術シミュレーションやデータ配信には適さない。最適なモデルとは、患部のみ高密度のメッシュで表現さ れ、それ以外の部位は粗いメッシュで表現されたモデルである。このように、局所的な精度の調整をす ることで必要な部位の精度を保ちつつ、データ量の小さなモデルを作成することが可能である。しかし、 Marching-Cubes 法はサイズが均一なボクセルデータにしか適応できないため、局所的な精度の調節がで きない。そこで、本論文では異なる解像度のボクセルを含むボリュームデータに適応できる拡張手法を提 案する。

解像度の異なるボクセルを含むボリュームモデルの生成

本手法では、局所的にサイズの違うボクセルを生成することで精度の調整を行う。CTデータは等間隔 に並んだ点群データであるため、サイズが均一なボクセルが生成される。そこで、データ精度を必要とし ない個所において、1つの頂点を共有する8つのボクセルを、1辺の長さが2倍の大きなボクセルに置き換 える(図12)。ここで、大きなボクセルを生成される部位は精度が必要でないため、本来の8つのボクセル の内2つ以上のボクセルが閾値1であった場合、大きなボクセルの閾値を1に設定する。このように処理 を単純化することで、大きなボクセルの生成を自動的に行うことが可能である。



図 12: 大きなボクセルの生成

セル生成のためのボリュームモデルの修正

Marching-Cubes 法を用いボリュームモデルをポリゴンモデルに変換する際、8 つのボクセルの中心から 1 つのセルを生成する。この時、セルの形状は立方体が好ましい。これは、セルが立方体であることによ り、参照点となる頂点の配置 256 パターンを、回転形・反射形・存在有無の反転形により 15 パターンで表 現できるためである。

生成する大きなボクセルを元の8つのボクセルと同じ位置に配置した場合、生成されるセルの形状は立 方体ではなくなる (図 13)。そこで、本手法ではボクセル解像度の境界となる部位では、ボクセルを重ね合 わせることで、セルを立方体にする (図 14)。

図 13 と図 14 において、右側はボクセルの配置を示し、左側では生成されるセルの形状を示している。 左側の図において、破線はボクセルの配置を示し実線はセルの形状を示している。



図 13: 角錐台のセルが生成されるボクセルの配置



図 14: 立方体のセルが生成されるボクセルの配置

拡張 March-Cubes

Marching-Cubes 法を、異なる解像度のボクセルを含むボリュームデータに適応可能にすることで、局 所的な精度の調整を行う。患部等の精度の必要になる個所は部分的であるため、ボリュームデータは細か いボクセル群の周りを大きなボクセルで取り巻く状態になる。境界に生成されるセルは、1面の4つの頂 点もしくは1稜線の2つの頂点を細かいボクセルの中心で構成される。これらのセルは、以下の3つの位 置に参照点を持つ。

- セルの頂点
- 細かいボクセルの中心で構成される稜線の中点
- 細かいボクセルの中心で構成される面の中心点

図 15(a) は、4 頂点を細かいボクセルの中心で構成されるセルの参照点を示している。図 15(b) は、2 頂 点を細かいボクセルの中心で構成されるセルの参照点を示している。



図 15: 解像度の境界に生成されるセルの参照点

13 個の参照点を持つセルの場合、参照点の配置は $2^{13} = 8192$ パターン、9 個の参照点を持つセルの場合、参照点の配置は $2^9 = 512$ パターン存在する。また、幾何学的に対象となるパターンも頂点のみ参照点の場合と比べ少ない。

そこで、Marching-Cubes 法の 15 パターンに収まるようにデータ操作を行う。セルの稜線の中点に位置 する参照点は、その稜線の両端の参照点が閾値 1 の時に閾値 1 を設定し、それ以外のときは閾値 0 を設定 する。セルの面の中心に位置する参照点は、その面の頂点となる参照点 4 つのうち 3 つ以上の参照点が閾 値 1 の時に閾値 1 を設定し、それ以外のときは閾値 0 を設定する。図 16 に、参照点操作の例を示す。



図 16: 解像度の境界に生成されるセルの参照点操作

これらの参照点操作を行うことで、解像度の境界のセル内に生成される多角形ポリゴンは、8 頂点の 参照点のみを考慮してもすべての参照点を考慮した場合と同じ形状となる。つまり、他のセルと同様に Marching-Cubes 法が適応できる。しかし、セルの大きさが違うため、解像度の境界のセル内に生成され る多角形ポリゴンは、隣合うセル内のポリゴンとの間に隙間が空く(図 17)。本手法では、解像度の境界に 生成されるセル内に出来るポリゴンの頂点において、細かいボクセルと共有するセルの稜線上にできる頂 点を、稜線の閾値が1の端方向に近づけることで解決している(図 18)。



図 17: 解像度の境界のセルと隣接するセル内にできるポリゴンのずれ



図 18: 解像度の境界での隙間の修正

4 実行例

本章では、本システムの実行例を示す。本例では、40 枚の CT データより 3 次元再構成を行っている。 CT 値を 1300 から 3000 に設定し、下顎骨部位の 3 次元モデルを生成している。

図 19(a) では、解像度を 256 × 256pixel で生成したデータ量を抑えたモデルを示す。図 19(b) では、解 像度を 512 × 512pixel で生成した精度の高いモデルを示す。図 19(a) と図 19(b) はそれぞれ、ポリゴン数 が 147816polygon と 471844polygon でデータサイズが 7.2MB と 23.8MB であった。

図 20 は、同じ下顎骨のモデルを局所的に精度の調整をしたものである。左側を 256 × 256 pixel の精度 で、右側を 512 × 512 pixel の精度で生成している。



- (a) **精度** 256 × 256pixel
- (b) **精度** 512 × 512pixel
- 図 19: 下顎骨のポリゴンモデル



図 20: 局所的に精度を調整した下顎骨モデル

5 まとめ

本研究では、3次元ポリゴンモデルの生成を自動化し、そのポリゴンモデルの修正や局所的なデータ精度の調整を可能にした。局所的なデータ精度の調整を可能にすることで、患部の精度を保ったままデータ 量を抑えることに成功した。本手法を用いることで、手術シミュレーションやインフォームドコンセント などの用途に応じて、それぞれに最適なモデルの作成することが可能である。多くの処理を自動化するこ とで、CGの専門知識を持たない医師による医用モデルの作成が容易となり、より正確なモデルの生成が 可能である。

謝辞

本論文を締めくくるにあたり、日頃より適切な御指導と多くの助言を頂きました、慶應義塾大学環境情 報学部の千代倉弘明教授及び 本塾環境情報学部専任講師の金井崇氏に感謝致します。また、本研究を行 うにあたり様々な形で御協力を頂いた、本塾大学院政策・メディア研究科博士課程の脇田玲氏及び、同修 士課程の武部佳文に深く感謝します。

最後に。本研究に御協力頂いたすべての皆様に感謝致します。

参考文献

- [1] C.Bajaj,E.Coyle,K.Lin,Arbitrary Topology Shape Reconstruction from Planar Cross Sections,Graphical Models and Image Processing,vol.58,1996.
- [2] A.B.Ekoule, F.C.Peyrin and C.L.Odet, A Triangulation Algorithm from Arbitrary Shaped Multiple Planar Contours, ACM trans, onGrah, Vol.10, No.2, pp.182-199, 1991.
- [3] B.Geiger, Three-dimensional modeling of human and its application to diagnosis and surgical planning, Technical Report 2105, Institut National de Recherche en Informatique et Automatique, (France) Dec 1993.
- [4] Lorensen, W.E and Cline H.E, Marching Cubes: A High Resolution 3D Surface Construction Algorithm, ACM computer Graphics, 21(3), 1987.
- [5] M.Mäntylä.AnIntroduction to Solid Modeling, Computer Science Press, 1988.
- [6] David Meyers, Shelley Skinner and Kenneth Soloan, Surfaces fram Contours, ACM Trans, on Graph, Vol.11, No.3, pp.228-258, 1992.
- [7] J.Satoh, H.Chiyokura, M.Kobayashi, T.Fujino, Simulation of Surgical Operations Based on Solid Modeling, Visual Computing, Springer-Verlag, Heidelberg, 1992.
- [8] K.J.Weiler, Edge-based data structures for solid modeling in curved-surface environments, IEEE Computer Graphics and Applications, 1985.
- [9] 今野 達也, 形成外科手術シミュレーションのための頭部の総合的モデリング, Cyber World Modeling, Vol.2, 1997.
- [10] 芹田陽一郎,ボリューミング手法を用いた不規則点群データからのポリゴンモデル自動再構成

- [11] 田中 乃悟,Developing a Real tiome Simulation System for Surgrry,COE report,1997.
- [12] 松田 達樹,CT からの頭蓋骨ソリッドモデル自動再構成に関する研究,Cyber World Modeling,Vol.2,1997.